

Φάση 4: Επέκταση των εννοιών της συμμετρίας

Φύλλο Εργασίας 1: Διερεύνηση της συμμετρίας συνάρτησης

Αφού χωριστείτε σε ομάδες των 2-3 ατόμων υλοποιείτε την παρακάτω δραστηριότητα.

Δραστηριότητα 1

Στο διαδραστικό σχήμα «Διερεύνηση της συμμετρίας συνάρτησης» δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta, \gamma \in [-5, 5]$. Για τις τιμές των α, β, γ στις παρακάτω περιπτώσεις:

- I. $\alpha \neq 0, \beta = 0$ και $-5 \leq \gamma \leq 5$
- II. $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ και $-5 \leq \gamma \leq 5$

να κάνετε τα εξής:

1. Να προσδιορίσετε το είδος του σχήματος που προκύπτει (π.χ. ευθεία, παραβολή κλπ)
2. Να προσδιορίσετε το είδος της συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f (αν υπάρχει)
3. Να επαληθεύσετε αλγεβρικά, όταν υπάρχει συμμετρία, τις συνθήκες του αντίστοιχου ορισμού που αναπτύχθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Τι συμβαίνει στην περίπτωση που δεν έχουμε συμμετρία;

Υπόδειξη:

Για να γίνουν κατανοητά τα ζητούμενα αναφέρουμε μια ειδική περίπτωση της I που προκύπτει για $\alpha = -2, \beta = 0$ και $\gamma \in [-5, 5]$, οπότε $f(x) = -2 \cdot x^2 + \gamma$.

Απαντήσεις:

1. Η γραφική παράσταση της f είναι μια **παραβολή**.
2. Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική ως προς τον άξονα y' γ οπότε η f είναι **άρτια**.
3. Με βάση τον ορισμό της άρτιας συνάρτησης έχουμε:

- **Συνθήκη 1**

$$f(-x) = -2(-x)^2 + \gamma \quad [\text{στον τύπο της } f \text{ βάζουμε όπου } x \text{ το } -x]$$

$$f(-x) = -2x^2 + \gamma \quad [\text{διότι } (-x)^2 = x^2]$$

$$f(-x) = f(x)$$

- **Συνθήκη 2**

Το πεδίο ορισμού A είναι το \mathbb{R} οπότε ισχύει ότι για κάθε $x \in A = \mathbb{R}$ και το $-x \in A = \mathbb{R}$

Δραστηριότητα 2

Στο διαδραστικό σχήμα «Διερεύνηση της συμμετρίας συνάρτησης» δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta, \gamma \in [-5, 5]$. Για $\alpha = 0$ να διερευνήσετε τις δυνατές περιπτώσεις συμμετρίας και μετά να τις μελετήσετε με τρόπο ανάλογο με τη Δραστηριότητα 1.

.....

.....

.....

.....

.....

.....